



CINÉMATIQUE DU POINT

*Décrire le mouvement sans en chercher les causes.
Voir, comprendre, retenir, appliquer.*

COURS ESSENTIEL

LECTURE DES GRAPHIQUES

MRU · MRUV · SINUSOÏDAL · MCU

FOCUS CORRIGÉS

MÉMENTO

CE QUE TU SAURAS FAIRE À LA FIN DE LA LEÇON

- Installer un référentiel, un repère et une origine des dates
- Passer des équations horaires à l'équation de la trajectoire
- Dériver deux fois et exploiter la base de Frenet
- Reconnaître un MRU, un MRUV, un mouvement sinusoïdal ou un MCU
- Résoudre rencontres, rattrapages, freinages et mouvements à phases

Fascicule Apprencio

COMMENT UTILISER CE DOCUMENT

Ce fascicule couvre l'intégralité de la leçon **PHY 1 — Cinématique du point** du programme de Terminale D, pour un volume officiel indicatif de **8 heures**. Il est organisé en trois tomes complémentaires.

Tome 1 — Le cours · cadrage, cours complet, lecture des graphiques, difficultés, focus corrigés, mémento

Tome 2 — La feuille de travail · 50 QCM, 20 exercices gradués, 4 situations-problèmes APC, 3 sujets type Bac

Tome 3 — Le livret de corrections · correction détaillée de chaque question, contrôle de conformité, base documentaire

CONVENTION GÉNÉRALE

Toutes les grandeurs sont exprimées dans le **Système international**, sauf indication contraire.

ASTUCE APPRENCIO

La cinématique se joue presque entièrement sur une seule chaîne : *je pose mon repère, j'écris la position, je dérive deux fois*. Recopie cette chaîne en tête de chaque exercice avant même de lire les questions.

Partie 1

CADRAGE DE LA LEÇON

1.1 Finalité de la leçon

La cinématique décrit le mouvement d'un point matériel en fonction du temps **sans rechercher les causes de ce mouvement**. Elle fournit le langage indispensable aux chapitres de mécanique qui suivent : mouvement du centre d'inertie, champ de pesanteur, gravitation, champs électrique et magnétique.

1.2 Objectifs pédagogiques

À la fin de la leçon, l'élève doit être capable de :

- 01 choisir un référentiel, un repère d'espace et une origine des dates adaptés ;
- 02 écrire et exploiter un vecteur position $\vec{OM}(t)$;
- 03 passer des équations paramétriques à l'équation cartésienne d'une trajectoire ;
- 04 définir et utiliser l'abscisse curviligne ;
- 05 déterminer une vitesse moyenne, une vitesse instantanée et leur unité ;
- 06 déterminer le vecteur accélération dans une base cartésienne et dans la base de Frenet ;
- 07 interpréter les composantes tangentielle et normale de l'accélération ;
- 08 utiliser correctement le critère $\vec{a} \cdot \vec{v}$;
- 09 reconnaître et exploiter un mouvement rectiligne uniforme ;
- 10 reconnaître et exploiter un mouvement rectiligne uniformément varié ;
- 11 résoudre une rencontre, un rattrapage, un freinage ou un mouvement à plusieurs phases ;
- 12 reconnaître et étudier un mouvement rectiligne sinusoïdal ;
- 13 reconnaître et étudier un mouvement circulaire uniforme ;
- 14 interpréter les graphiques $x(t)$, $v(t)$ et $a(t)$;
- 15 modéliser une situation concrète et contrôler la cohérence physique du résultat.

1.3 Prérequis indispensables

- vecteurs, coordonnées et produit scalaire ;
- dérivation de fonctions usuelles ;
- fonctions affines, quadratiques, sinus et cosinus ;
- résolution d'équations du premier et du second degré ;
- lecture d'un graphique et calcul d'une pente ;
- cercle trigonométrique et mesure des angles en radians ;
- conversion $1 \text{ m s}^{-1} = 3,6 \text{ km h}^{-1}$.

1.4 Périmètre officiel retenu

TRAITÉ INTÉGRALEMENT	HORS DE CETTE LEÇON
Référentiel, repères d'espace et de temps	Coordonnées polaires, cylindriques et sphériques
Vecteur position, trajectoire, équations paramétriques et cartésiennes	Mouvements ellipsoïdaux ou cycloïdaux
Abscisse curviligne	Composition des vitesses
Vitesses moyenne et instantanée	Mouvement circulaire uniformément varié
Accélérations moyenne et instantanée	
Base de Frenet et rayon de courbure	
Mouvement accéléré, retardé ou uniforme	
MRU, MRUV, mouvement rectiligne sinusoïdal et MCU	

Partie 2

LE COURS

2.1 Système, point matériel et référentiel

DÉFINITION — SYSTÈME ET POINT MATÉRIEL

Le **système** est l'objet ou l'ensemble d'objets dont on étudie le mouvement. Lorsque ses dimensions sont négligeables devant celles du trajet, on l'assimile à un **point matériel** M .

DÉFINITION — RÉFÉRENTIEL

Un **référentiel** est un objet ou un ensemble d'objets par rapport auquel on décrit le mouvement. Un même mobile peut être immobile dans un référentiel et mobile dans un autre : **le mouvement est relatif**.

- le repère d'espace $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est lié au référentiel ;
- le repère de temps comprend une horloge et une origine des dates $t = 0$.

À RETENIR

Une solution de cinématique doit toujours préciser : **origine spatiale, axes, sens positifs et origine des dates**. C'est la première ligne de toute copie.

2.2 Vecteur position et équations horaires

Dans un repère cartésien orthonormé :

$$\vec{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

Les fonctions $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ sont les **équations horaires**, ou **équations paramétriques**, du mouvement. À une date t_1 , la position est obtenue en remplaçant t par t_1 .

2.3 Trajectoire et élimination du temps

DÉFINITION

La trajectoire est l'ensemble des positions successivement occupées par le point M . Son **équation cartésienne** est une relation entre x , y , z dans laquelle le temps n'apparaît plus.

Méthode — éliminer le temps

- 1 Isoler t dans l'équation paramétrique la plus simple.
- 2 Remplacer dans les autres équations.
- 3 Tenir compte du domaine temporel $t \geq 0$ ou de l'intervalle imposé.
- 4 Identifier la portion réellement décrite.

PROPRIÉTÉ — RECONNAISSANCES USUELLES

$$\begin{array}{ll} y = ax + b : \text{droite} & y = ax^2 + bx + c : \text{parabole} \\ (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 : \text{cercle de centre } (a, b) \text{ et de rayon } R \end{array}$$

PIÈGE À ÉVITER

La trajectoire seule ne permet **pas** de dire si le mouvement est uniforme. Il faut étudier la valeur de la vitesse.

2.4 Abscisse curviligne

On choisit sur la trajectoire une origine curviligne M_0 et un sens positif. L'abscisse curviligne $s(t)$ repère la position de M le long de la trajectoire. Pour un mouvement dans le sens positif :

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \text{et, sur un cercle de rayon } R \text{ avec } \theta \text{ en radians :} \quad s = R\theta$$

2.5 Vitesse moyenne

Entre les dates t_1 et t_2 , le vecteur vitesse moyenne est :

$$\vec{v}_{\text{moy}} = \frac{\vec{OM}(t_2) - \vec{OM}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{M_1\vec{M}_2}{t_2 - t_1}$$

La vitesse moyenne scalaire sur le trajet est :

$$v_{\text{moy}} = \frac{\text{distance totale parcourue}}{\text{durée totale}}$$

PIÈGE À ÉVITER

Il ne faut pas confondre **déplacement** $M_1\vec{M}_2$ et **distance parcourue**. Sur un aller-retour, le déplacement est nul alors que la distance ne l'est pas.

2.6 Vitesse instantanée

DÉFINITION

Le vecteur vitesse instantanée est la dérivée du vecteur position :

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt} \quad \text{soit, dans la base cartésienne fixe :} \quad \vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

La valeur de la vitesse est :

$$v = \|\vec{v}\| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

À RETENIR — CARACTÉRISTIQUES GÉOMÉTRIQUES

Point d'application : M . **Direction :** tangente à la trajectoire en M . **Sens :** celui du mouvement. **Norme :** v , en m s^{-1} .

Dans la base de Frenet, $\vec{v} = v \vec{\tau}$, où $\vec{\tau}$ est le vecteur unitaire tangent orienté dans le sens du mouvement.

2.7 Accélération moyenne et accélération instantanée

$$\vec{a}_{\text{moy}} = \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2}$$

Dans la base cartésienne :

$$\vec{a} = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j} + \ddot{z} \vec{k} \qquad a = \|\vec{a}\| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$$

Son unité est le m s^{-2} .

2.8 Base de Frenet**DÉFINITION**

La base de Frenet $(\vec{\tau}, \vec{n})$ est liée au mobile : $\vec{\tau}$ est tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement ; $\vec{n}$ est normal à la trajectoire et dirigé vers sa **concavité**.

THÉORÈME – DÉCOMPOSITION DE L'ACCÉLÉRATION

$$\vec{a} = a_t \vec{e} + a_n \vec{n} \quad \text{avec} \quad a_t = \frac{dv}{dt} \quad \text{et} \quad a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

où ρ est le rayon de courbure. La norme vérifie :

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

À RETENIR – INTERPRÉTATION

a_t modifie la **valeur** de la vitesse ; a_n modifie la **direction** du vecteur vitesse.
Sur une droite, $\rho = +\infty$ et $a_n = 0$. Sur un cercle de rayon R , $\rho = R$.

Si $v \neq 0$, on peut calculer :

$$a_t = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{v} \quad a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} \quad \rho = \frac{v^2}{a_n}$$

2.9 Mouvement accéléré, retardé ou uniforme

Comme $\vec{v} = v \vec{e}$, on a :

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = v \frac{dv}{dt}$$

PROPRIÉTÉ — LE CRITÈRE DÉCISIF

Sur un intervalle où $v > 0$:

- $\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$: la vitesse augmente, mouvement **accéléré** ;
- $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$: la vitesse diminue, mouvement **retardé** ;
- $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$ sur tout l'intervalle : la vitesse est constante, mouvement **uniforme**.

ATTENTION — RIGUEUR IMPORTANTE

Une égalité $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$ à **un seul instant** indique seulement que $dv/dt = 0$ à cet instant ; elle ne suffit pas à conclure que tout le mouvement est uniforme.

2.10 Lecture cinématique des graphiques

GRAPHIQUE	CE QU'ON Y LIT
$x(t)$	la pente de la tangente donne la vitesse $v(t)$; une droite donne une vitesse constante ; une parabole donne une vitesse affine
$v(t)$	la pente donne l'accélération ; l'aire algébrique entre la courbe et l'axe du temps donne le déplacement ; l'aire sous $ v(t) $ donne la distance parcourue ; une intersection avec l'axe correspond à $v = 0$, donc à un arrêt instantané éventuel
$a(t)$	$a = 0$: vitesse constante ; a constante non nulle : vitesse affine ; l'aire algébrique sous $a(t)$ donne la variation de la vitesse

2.11 Mouvement rectiligne uniforme — MRU

DÉFINITION

Le mouvement est rectiligne uniforme lorsque la trajectoire est une droite et le **vecteur** vitesse est constant.

$$a = 0 \quad v = v_0 \quad x(t) = v_0 t + x_0$$

En écriture vectorielle : $\vec{OM}(t) = \vec{OM}_0 + t \vec{v}_0$. Le signe de v_0 indique le sens du mouvement sur l'axe.

2.12 Mouvement rectiligne uniformément varié — MRUV

DÉFINITION

Le mouvement est rectiligne uniformément varié lorsque la trajectoire est une droite et l'accélération algébrique a est constante.

THÉORÈME — ÉQUATIONS HORAIRES

$$a(t) = a \quad v(t) = a t + v_0 \quad x(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$$

Entre une position initiale x_0 où la vitesse vaut v_0 et une position x où la vitesse vaut v , on dispose de la **relation indépendante du temps** :

$$v^2 - v_0^2 = 2 a (x - x_0)$$

À RETENIR — ACCÉLÉRÉ OU RETARDÉ

Sur un axe : $a v > 0$ le mobile accélère ; $a v < 0$ il ralentit. Si $v(t_r) = 0$ et change de signe, t_r est la **date de rebroussement**.

PROPRIÉTÉ — ARRÊT SOUS FREINAGE CONSTANT

Si $v_0 > 0$ et $a < 0$:

$$t_{\text{arrêt}} = -\frac{v_0}{a} \quad d = \frac{v_0^2}{2|a|}$$

2.13 Rencontre et rattrapage

Deux mobiles se rencontrent lorsqu'ils ont **la même position au même instant**.

Méthode — les quatre décisions

- 1 Choisir un repère commun et une origine commune des dates.
- 2 Écrire séparément $x_A(t)$ et $x_B(t)$.
- 3 Résoudre $x_A(t) = x_B(t)$.
- 4 Retenir les solutions physiquement admissibles et vérifier les vitesses.

PIÈGE À ÉVITER

Une racine négative, ou située hors de la durée du phénomène, doit être **rejetée** — mais il faut le justifier, pas la faire disparaître silencieusement.

2.14 Mouvement à plusieurs phases

À la jonction de deux phases, la position et généralement la vitesse sont **continues**. Pour démarrer une nouvelle phase à la date t_1 , deux écritures sont possibles : conserver le temps global t , ou utiliser le **temps local** $\tau = t - t_1$.

Avec le temps local, une phase MRUV s'écrit :

$$x = x_1 + v_1 \tau + \frac{1}{2} a \tau^2 \quad v = v_1 + a \tau$$

ATTENTION

Il faut impérativement reporter les valeurs x_1 et v_1 **acquises à la fin de la phase précédente**. C'est là que se perdent la plupart des points sur ce type d'exercice.

2.15 Mouvement rectiligne sinusoïdal

DÉFINITION — ÉQUATION HORAIRE

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$$

ou une forme équivalente avec le sinus, où :

- $X_m > 0$: amplitude, en mètre ;
- $\omega > 0$: pulsation, en rad s^{-1} ;
- φ : phase à l'origine, en radian ;
- $\omega t + \varphi$: phase à la date t .

PROPRIÉTÉ — PÉRIODE, VITESSE ET ACCÉLÉRATION

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$
$$v(t) = -\omega X_m \sin(\omega t + \varphi) \quad a(t) = -\omega^2 X_m \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x(t)$$

L'équation différentielle caractéristique est :

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

À RETENIR – RELATIONS UTILES

$$v_{\max} = \omega X_m \quad a_{\max} = \omega^2 X_m \quad v^2 = \omega^2 (X_m^2 - x^2)$$

Aux extrémités $x = \pm X_m$: $v = 0$ et $|a|$ est maximal. À l'équilibre $x = 0$: $|v|$ est maximal et $a = 0$. L'accélération est toujours dirigée **vers la position d'équilibre**.

2.16 Mouvement circulaire uniforme – MCU

DÉFINITION

Le mouvement est circulaire uniforme si la trajectoire est un cercle et si la **valeur** v de la vitesse reste constante.

Repérage angulaire : $\theta(t) = \omega t + \theta_0$, où ω est constante.

$$T = \frac{2\pi}{|\omega|} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{|\omega|}{2\pi}$$

Le signe de ω fixe le sens de rotation. Pour un cercle de centre $C(a, b)$ et de rayon R :

$$x(t) = a + R \cos(\omega t + \theta_0) \quad y(t) = b + R \sin(\omega t + \theta_0)$$

En éliminant le temps, on retrouve l'équation du cercle :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

THÉORÈME – VITESSE ET ACCÉLÉRATION

$$\begin{aligned}\vec{v} &= -R\omega \sin \theta \vec{i} + R\omega \cos \theta \vec{j} & v &= R|\omega| \\ \vec{a} &= -R\omega^2 \cos \theta \vec{i} - R\omega^2 \sin \theta \vec{j} = -\omega^2 \vec{CM}\end{aligned}$$

Dans la base de Frenet :

$$a_t = 0 \qquad a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

Le vecteur accélération est radial, dirigé vers le centre : il est **centripète**.

IDÉE FONDAMENTALE

Dans un MCU, la **valeur** de la vitesse est constante, mais le **vecteur** vitesse change de direction. L'accélération n'est donc pas nulle. On a $\vec{a} \perp \vec{v}$ et $\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$ à tout instant.

2.17 Tableau comparatif des mouvements usuels

MOUVEMENT	TRAJECTOIRE	SIGNATURE	ÉQUATION ESSENTIELLE
MRU	droite	$\vec{v}$ constant, $a = 0$	$x = v_0 t + x_0$
MRUV	droite	a constant	$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$
Rectiligne sinusoïdal	segment	$a = -\omega^2 x$	$x = X_m \cos(\omega t + \varphi)$
MCU	cercle	v constant, $\vec{a}$ centripète	$\theta = \omega t + \theta_0$

2.18 Contrôle d'unités

GRANDEUR	SYMBOLE	UNITÉ SI
Temps	t, T	s
Position, distance, rayon	x, s, R, ρ	m
Vitesse	v	m s^{-1}
Accélération	a	m s^{-2}
Angle	θ, φ	rad
Vitesse angulaire, pulsation	ω	rad s^{-1}
Fréquence	f	Hz

ASTUCE APPRENCIO — CONVERSIONS RAPIDES

$$v \left(\text{km h}^{-1} \right) = 3,6 v \left(\text{m s}^{-1} \right) \qquad v \left(\text{m s}^{-1} \right) = \frac{v \left(\text{km h}^{-1} \right)}{3,6}$$

Partie 3

LES CINQ DIFFICULTÉS PRINCIPALES

DIFFICULTÉ 1 — INSTALLER LE RÉFÉRENTIEL ET LES ORIGINES

Bloquant

ERREUR TYPIQUE : l'élève écrit immédiatement $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ sans préciser où se trouve O , quel est le sens positif, ni ce que signifie $t = 0$.

Conséquence. Les signes de x_0 , v_0 et a deviennent incohérents.

Parade. Avant tout calcul, écrire un bloc « choix » : système, référentiel, axe, origine spatiale, sens positif, origine des dates.

DIFFICULTÉ 2 — CONFONDRE VECTEUR, COMPOSANTES ET NORME

Majeur

ERREUR TYPIQUE : pour $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, écrire $v = 3 - 4 = -1 \text{ m s}^{-1}$.

Correction. Les composantes sont $(3; -4)$, mais la norme est :

$$v = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5 \text{ m s}^{-1}$$

Parade. Réserver les flèches aux vecteurs et calculer une norme par une racine de somme de carrés.

DIFFICULTÉ 3 — MAL DÉRIVER OU MAL ÉLIMINER LE TEMPS**Majeur**

ERREUR TYPIQUE : dériver $-2t^2$ en $-2t$, ou remplacer $t = x/3$ dans une seule partie de l'expression.

Parade. Utiliser la chaîne écrite :

$$\vec{OM}(t) \longrightarrow \vec{v}(t) \longrightarrow \vec{a}(t)$$

puis contrôler chaque composante. Pour la trajectoire, isoler t , encadrer la substitution et vérifier que l'équation finale ne contient plus t .

DIFFICULTÉ 4 — GÉRER VITESSE ALGÈBRIQUE, ARRÊT ET CHANGEMENT DE SENS**Bloquant**

ERREUR TYPIQUE : rejeter une valeur $v < 0$ comme impossible, ou confondre $v = 0$ avec $a = 0$.

Correction. Une vitesse algébrique négative signifie un mouvement dans le sens opposé à l'axe. À un point de rebroussement, $v = 0$, mais l'accélération peut être non nulle.

Parade. Résoudre $v(t) = 0$, étudier le signe de v de part et d'autre, puis calculer la position correspondante.

DIFFICULTÉ 5 — CROIRE QUE « UNIFORME » SIGNIFIE ACCÉLÉRATION NULLE

Fréquent

ERREUR TYPIQUE : conclure $a = 0$ dans un MCU parce que v est constante.

Correction. En MCU, seule la **norme** de $\vec{v}$ est constante. Sa direction change ; l'accélération normale vaut v^2/R et pointe vers le centre.

Parade. Toujours poser la question : « le *vecteur* vitesse est-il constant, ou seulement sa *norme* ? »

Partie 4

TROIS FOCUS INTÉGRALEMENT CORRIGÉS

Ces trois exemples sont corrigés immédiatement : ils servent de **modèles de rédaction** avant d'aborder la feuille de travail du Tome 2.

FOCUS 1 — TRAJECTOIRE, VITESSE, ACCÉLÉRATION ET FRENET



COMPÉTENCE : mener la chaîne complète position $\rightarrow$ vitesse $\rightarrow$ accélération, puis passer en base de Frenet.

Énoncé. Dans un repère orthonormé, un mobile est défini pour $t \geq 0$ par :

$$x(t) = 3t \qquad y(t) = -2t^2 + 4t$$

1. Déterminer la trajectoire.
2. Calculer $\vec{v}(t)$, $v(t)$ et $\vec{a}(t)$.
3. Étudier le mouvement à $t = 0,5$ s et $t = 2$ s.
4. Calculer a_t , a_n et ρ à $t = 1$ s.

1 — Trajectoire

De $x = 3t$, on tire $t = x/3$. Donc :

$$y = -2 \left(\frac{x}{3} \right)^2 + 4 \left(\frac{x}{3} \right) = -\frac{2}{9} x^2 + \frac{4}{3} x$$

La trajectoire est une portion de **parabole** pour $x \geq 0$.

2 — Grandeurs cinématiques

$$\vec{v}(t) = 3\vec{i} + (4 - 4t)\vec{j} \quad v(t) = \sqrt{9 + (4 - 4t)^2}$$

$$\vec{a}(t) = -4\vec{j} \quad a = 4 \text{ m s}^{-2}$$

3 – Critère du produit scalaire

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = (-4)(4 - 4t) = 16t - 16$$

- à $t = 0,5 \text{ s}$, le produit vaut $-8 < 0$: mouvement **retardé** ;
- à $t = 2 \text{ s}$, il vaut $16 > 0$: mouvement **accélééré**.

4 – Base de Frenet à $t = 1 \text{ s}$

$\vec{v}(1) = 3\vec{i}$, donc $v(1) = 3 \text{ m s}^{-1}$, et :

$$a_t = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{v} = 0 \quad \Rightarrow \quad a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = 4 \text{ m s}^{-2}$$

RÉPONSE FINALE

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{9}{4} = 2,25 \text{ m}$$

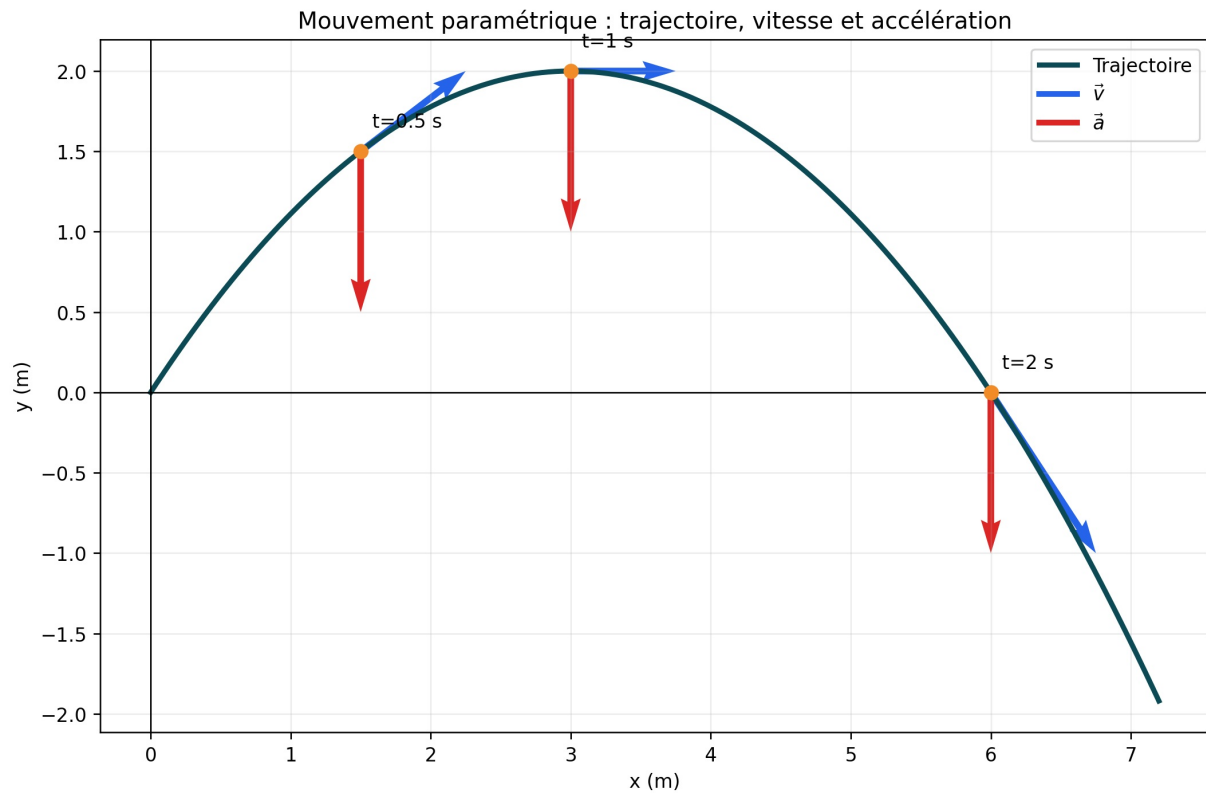


FIGURE 1 TRAJECTOIRE, VECTEUR VITESSE ET VECTEUR ACCÉLÉRATION

ASTUCE APPRENCIO

Au sommet de la parabole, $\vec{v}$ est horizontal et $\vec{a}$ vertical : ils sont perpendiculaires, donc $a_t = 0$. Le repérer sur le dessin évite le calcul — et confirme le résultat.

FOCUS 2 — MRUV, REBROUSSEMENT ET DISTANCE PARCOURUE



COMPÉTENCE : distinguer déplacement et distance parcourue lorsqu'il y a changement de sens.

Énoncé. Un mobile se déplace sur un axe suivant $x(t) = 2t^2 - 6t + 1$, pour $t \geq 0$.

1. Déterminer $v(t)$ et $a(t)$.
2. Déterminer la date et la position du rebroussement.
3. Étudier le sens et la nature du mouvement.
4. Calculer le déplacement et la distance parcourue entre 0 et 3 s.

1 — Vitesse et accélération

$$v(t) = 4t - 6 \quad a(t) = 4 \text{ m s}^{-2}$$

L'accélération étant constante, le mouvement est un **MRUV**.

2 — Rebroussement

$$4t_r - 6 = 0 \iff t_r = 1,5 \text{ s} \quad x(t_r) = 2(1,5)^2 - 6(1,5) + 1 = -3,5 \text{ m}$$

3 — Sens et nature du mouvement

- pour $0 \leq t < 1,5$: $v < 0$ et $av < 0$ — le mobile va dans le sens négatif **en ralentissant** ;
- pour $t > 1,5$: $v > 0$ et $av > 0$ — il repart dans le sens positif **en accélérant**.

4 — Déplacement et distance parcourue

Positions utiles : $x(0) = 1 \text{ m}$ et $x(3) = 1 \text{ m}$. Le déplacement est donc :

$$\Delta x = x(3) - x(0) = 0$$

La distance parcourue, elle, n'est pas nulle :

RÉPONSE FINALE

$$d = |x(t_r) - x(0)| + |x(3) - x(t_r)| = 4,5 + 4,5 = 9 \text{ m}$$

ERREUR À ÉVITER

Distance parcourue $\neq |\Delta x|$ dès qu'il y a un changement de sens. Il faut découper le trajet à la date de rebroussement.

FOCUS 3 — MCU : DÉMONSTRATION COMPLÈTE



COMPÉTENCE : établir qu'un mouvement est circulaire uniforme à partir des seules équations horaires.

Énoncé. Un point M est défini par :

$$x(t) = 2 + 3 \cos(4t) \qquad y(t) = -1 + 3 \sin(4t)$$

1. Déterminer la trajectoire.
2. Calculer $\vec{v}$, v et $\vec{a}$.
3. Montrer que le mouvement est circulaire uniforme.
4. Donner le centre, le rayon, la période et l'accélération normale.

1 — Trajectoire

On a $x - 2 = 3 \cos(4t)$ et $y + 1 = 3 \sin(4t)$. En élevant au carré et en additionnant :

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$$

La trajectoire est le **cercle** de centre $C(2; -1)$ et de rayon $R = 3 \text{ m}$.

2 — Vitesse et accélération

$$\vec{v} = -12 \sin(4t) \vec{i} + 12 \cos(4t) \vec{j}$$

$$v = \sqrt{144 \sin^2(4t) + 144 \cos^2(4t)} = 12 \text{ m s}^{-1}$$

3 – Nature du mouvement

La trajectoire est circulaire et la valeur de la vitesse est constante : le mouvement est **circulaire uniforme**.

$$\vec{a} = -48 \cos(4t) \vec{i} - 48 \sin(4t) \vec{j} = -16 \vec{CM}$$

Ainsi $\vec{a}$ est dirigé vers C : il est bien centripète.

4 – Caractéristiques

La vitesse angulaire est $\omega = 4 \text{ rad s}^{-1}$, donc :

RÉPONSE FINALE

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} \text{ s} \quad a_n = R \omega^2 = 3 \times 16 = 48 \text{ m s}^{-2}$$

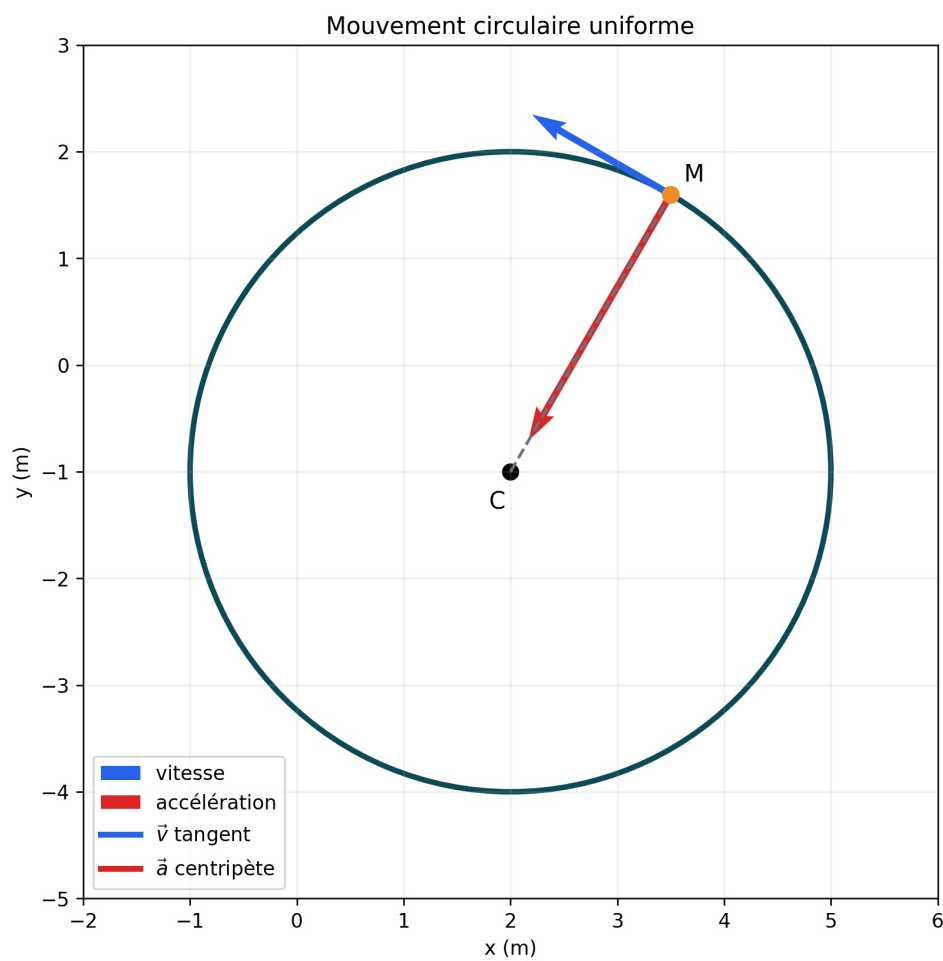


FIGURE 2 MCU : VITESSE TANGENTE ET ACCÉLÉRATION CENTRIPÈTE

Partie 5

MÉMENTO — LES FORMULES À MAÎTRISER

POSITION, VITESSE, ACCÉLÉRATION

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \qquad \vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

BASE DE FRENET ET NATURE DU MOUVEMENT

$$\vec{a} = a_t \vec{t} + a_n \vec{n} \qquad a_t = \frac{dv}{dt} \qquad a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{v} > 0 : \text{accélééré} \qquad \vec{a} \cdot \vec{v} < 0 : \text{retardé}$$

MRU ET MRUV

$$\begin{array}{lll} \text{MRU : } a = 0 & v = v_0 & x = v_0 t + x_0 \\ \text{MRUV : } v = at + v_0 & x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 & v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \end{array}$$

MOUVEMENT RECTILIGNE SINUSOÏDAL

$$\begin{array}{lll} x = X_m \cos(\omega t + \varphi) & a = -\omega^2 x & \\ T = \frac{2\pi}{\omega} & v_{\max} = \omega X_m & a_{\max} = \omega^2 X_m \end{array}$$

MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME

$$\theta = \omega t + \theta_0 \quad v = R |\omega| \quad a_n = \frac{v^2}{R} = R \omega^2$$

Partie 6

CHECK FINAL DE L'ÉLÈVE

Avant de rendre une copie de cinématique, relis cette liste. Chaque ligne correspond à un point réellement perdu par des élèves de Terminale D.



POINT DE CONTRÔLE

J'ai défini le référentiel, le repère, les sens et les origines.

J'ai distingué vecteur, composantes et norme.

J'ai dérivé deux fois sans erreur.

J'ai éliminé le temps et indiqué la portion de trajectoire.

J'ai contrôlé le signe de $\vec{a} \cdot \vec{v}$.

J'ai étudié $v = 0$ et le changement de sens éventuel.

Pour une rencontre, j'ai utilisé le même repère et la même date.

Pour plusieurs phases, j'ai assuré la continuité de x et v .

J'ai distingué déplacement et distance parcourue.

J'ai converti les unités avant les calculs.

J'ai encadré le résultat et formulé une conclusion physique.

MÉMO EXAMEN — LA CHAÎNE À NE JAMAIS CASSER

repère $\longrightarrow \vec{OM}(t) \longrightarrow \vec{v}(t) \longrightarrow \vec{a}(t) \longrightarrow \vec{a} \cdot \vec{v} \longrightarrow$ nature du mouvement

FIN DU TOME 1 — LE COURS

Passe au Tome 2 seulement lorsque tu peux réciter la chaîne sans regarder.

APPRENCIO — APPRENDRE. COMPRENDRE. RÉUSSIR.